

Zkouškový test PST, 1.6.2021

T1 Otestujte, zda jsou dospělí synové v průměru vyšší než jejich otcové. K tomu jsme náhodně vybrali 8 dvojic otec-syn, jejichž výšky v centimetrech udává tabulka.

otec	174	182	169	177	175	180	172	190
syn	179	180	171	184	175	188	171	194

Jako hladinu významnosti volte $\alpha = 0.05$.

T2 Náhodný vektor (X, Y) má rovnoměrné rozdělení na čtverci s rohy v bodech $[-1, 1]$, $[1, 1]$, $[1, -1]$ a $[-1, -1]$. Zobražíme jej funkcí $h(x, y) = x + y$. Popište rozdělení veličiny $Z = h(X, Y)$, najděte její střední hodnotu a průměrnou absolutní odchylku od průměru.

T3 Hráč A hází každé kolo kostkou a získá tolik bodů, kolik hodí. Hráč B získává každé kolo stabilně 3 body. Kolik kol je potřeba uskutečnit, aby pravděpodobnost, že hráč A bude mít na konci hry více bodů než hráč B, byla alespoň 99%?

T4 Určete parametr α tak, aby funkce $f(t)$

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \alpha t^2 e^{-wt}, & t \geq 0, \end{cases}$$

byla hustotou pravděpodobnosti. Pomocí metody maximální věrohodnosti odhadněte parametr w pro tuto hustotu na základě následující realizace náhodného výběru.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.23	0.47	0.16	0.25	0.39	0.61	0.43	0.86

T5 Jistý antigenní test má spolehlivost 97%, tj. pokud máte Covid, odhalí to na 97%. Naopak je 5% lidí (předpokládáme rovnoměrně rozdělených v populaci), kteří mají pozitivní test, ale nejsou nemocní.

- Rozsáhlejším testováním antigenní metodou bylo zjištěno, že v populaci je 6% lidí s pozitivním testem. Odhadněte (vypočtěte), kolik procent populace má Covid.
- Jaká je pravděpodobnost, že když mám pozitivní test, že jsem zdravý?
- Koupím si dva antigenní testy a oba je provedu. Jaká je pravděpodobnost, že když mi oba vyjdou pozitivně, že jsem nemocný?